

Bibliografia:

Doebelin, *Strumenti e metodi di misura - MCGRAW-HILL - Ed2008*
UNI_CEI_ENV_13005-2000
JCGM 100:2008

pagg. 61-83
Guida all'espressione dell'incertezza di misura
GUM-inglese/francese aggiornamento 2008

STATISTICA: la statistica è la Scienza che studia le

tecniche e procedure per la descrizione sintetica delle informazioni fornite da insiemi di dati

Funzioni di sintesi più comunemente utilizzate:

Media di un insieme di N dati

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Mediana di N dati : valore di x che divide in parti di numerosità uguale quelli aventi valore inferiore ad x e quelli aventi valore superiore ad x

Moda di N dati: valore di x per il quale esiste la massima numerosità di dati

(si definisce distribuzione bimodale quella distribuzione di dati per la quale esistono due valori di x con numerosità più elevata, multimodale quella)

Varianza campionaria (sui campioni): $s^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$

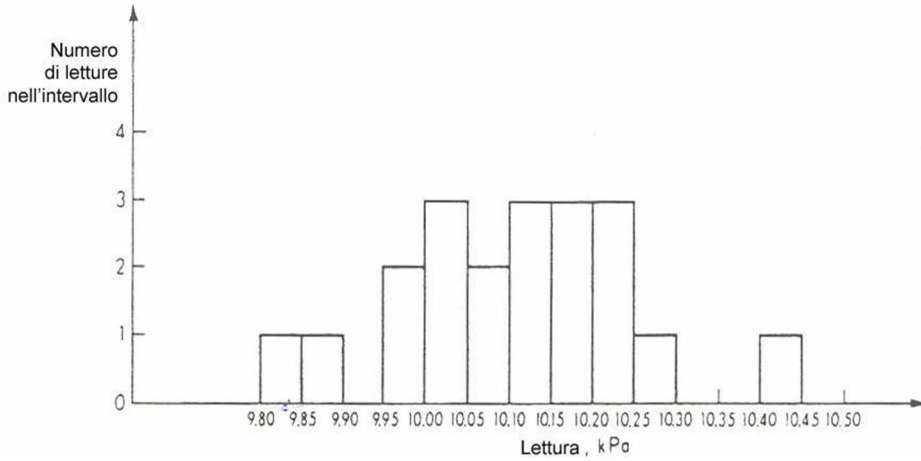
Scarto tipo: $s = \sqrt{s^2}$

Incetezza tipo = Scarto tipo della media => $u_x = \frac{s}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$

Distribuzioni di probabilità

Se il numero di elementi da considerare è elevato può convenire raggrupparli in classi e utilizzare la numerosità di ogni classe invece che l'insieme completo dei dati di partenza.

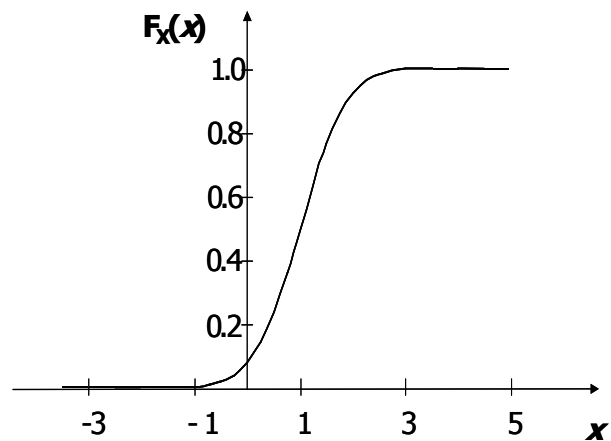
Questo insieme di dati raggruppati viene normalmente rappresentato mediante un istogramma in x . Se il numero di classi scelto vale n , ogni classe è distanziata da quella successiva di $\Delta x = (x_{\max} - x_{\min}) / n$



Distribuzione di probabilità $f_x(x)$ viene definita la funzione in x della numerosità delle singole classi divisa per il numero totale di elementi compreso in tutte le classi. L'integrale di $f_x(x)$ esteso a tutte le x vale ovviamente uno.

Funzione di distribuzione cumulativa è definita:

$$F_x(x_j) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^j n_{x_i} = \sum_{i=1}^j f_x(x_i)$$



Insiemi infiniti di dati

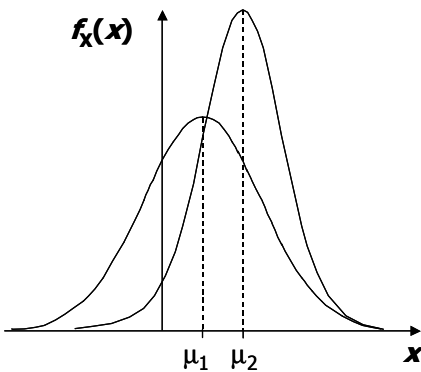
Media di una distribuzione continua $\mu_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_x(x) \cdot dx$

Varianza di una distribuzione continua: $\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f_x(x) \cdot dx$

Scarto tipo: $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$

Distribuzione probabilistica normale (di De Moivre; più nota come di Gauss)

$$f_x = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \mu_x)^2}{\sigma_x^2}}$$



Nel caso di gaussiana, la media μ_x individua anche il valore di x a cui corrisponde massima probabilità (il valore di massimo).

In figura la curva di sinistra ha una media μ_1 più piccola rispetto a μ_2 della seconda.

Nel caso di gaussiana, il valore dello scarto tipo σ_x determina la "larghezza" attorno al valore massimo (si ricordi che tutta la distribuzione di probabilità racchiude sempre un'area unitaria).

In figura sono rappresentate due gaussiane: la prima caratterizzata da varianza σ_1 maggiore è bassa e larga; la seconda caratterizzata da varianza σ_2 minore è alta e stretta.

In entrambe,

- nell'intervallo di ascisse $\mu - 1\sigma \leq x \leq \mu + 1\sigma$ sono contenuti circa il 68 % dei valori
- nell'intervallo di ascisse $\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma$ sono contenuti circa il 95 % dei valori
- nell'intervallo di ascisse $\mu - 3\sigma \leq x \leq \mu + 3\sigma$ sono contenuti circa il 99,7 % dei valori

NB: per la distribuzione normale: Media = Mediana = Moda

NB: la funzione della distribuzione normale non è integrabile analiticamente e quindi la funzione di distribuzione cumulativa F_x è ricavabile utilizzando apposite tabelle precalcolate.

incertezza di misura: parametro che caratterizza la dispersione dei valori q_k ottenuti durante misurazioni, ottenuto sulla base delle informazioni utilizzate

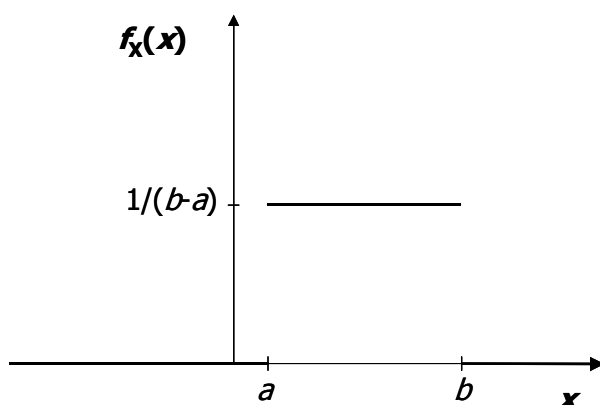
incertezza tipo: incertezza del risultato di una misurazione espressa come scarto tipo.

valutazione (dell'incertezza) di categoria A: metodo di valutazione dell'incertezza *per mezzo dell'analisi statistica* di serie di osservazioni; definita dalla miglior stima dello scarto tipo:

$$\text{scarto tipo sperimentale della media} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n} \sum (q_k - \bar{q})^2}$$

valutazione (dell'incertezza) di categoria B: metodo di valutazione dell'incertezza *con mezzi diversi dall'analisi statistica* di serie di osservazioni.

Esempio di distribuzione notevole: Distribuzione rettangolare



$$\text{media} = \bar{x} = \frac{b+a}{2}$$

$$\text{scarto tipo} = s = \frac{b-a}{2\sqrt{3}} = \frac{(b-a)/2}{\sqrt{3}}$$

E' il caso di lettura di un valore su un regolo; la larghezza dell'intervallo a-b è in questo caso pari alla differenza fra due valori successivi del regolo. Se la scala è in millimetri, lo scarto tipo vale 0,29 mm. (NB solo due cifre se risultato finale, = 0,288675134594813 mm se il risultato deve essere utilizzato per successive elaborazioni, ad esempio per il calcolo dell'incertezza composta)

incertezza tipo composta: incertezza tipo del risultato di una misurazione allorquando il risultato è ottenuto mediante una funzione f dei valori di un certo numero di altre grandezze; essa è uguale alla radice quadrata positiva di una somma di termini, che sono le varianze o le covarianze di quelle grandezze, pesate secondo la variazione del risultato della misurazione al variare di esse. Se tutte le cause x_i sono fra loro non correlate non compaiono le covarianze e quindi

$$\text{incertezza tipo composta} = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)}$$

che si semplifica, nel caso di funzione costituita da una produttoria di termini con esponente pari ad 1 o -1, in: $= \bar{f} \cdot \sqrt{\sum u_r^2}$ dove u_r è l'incertezza relativa dei singoli termini della produttoria.

incertezza estesa: grandezza che definisce, intorno al risultato di una misurazione, un intervallo che ci si aspetta comprendere una frazione rilevante della distribuzione di valori ragionevolmente attribuibili al misurando.

Nel caso di distribuzione gaussiana:

l'intervallo $(\mu - \sigma \leq x \leq \mu + \sigma)$	ricomprende il 68% dei valori trovati
l'intervallo $(\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma)$	ricomprende il 95% dei valori trovati
l'intervallo $(\mu - 3\sigma \leq x \leq \mu + 3\sigma)$	ricomprende il 99,7% dei valori trovati

Fattore di copertura = fattore moltiplicativo utilizzato per definire l'incertezza estesa. Si deve assegnare quindi fattore di copertura pari ad 1 all'incertezza estesa se si vuole ricomprendere il 68% dei valori, fattore di copertura pari a 2 per il 95%, etc.

Espressione dell'incertezza

Per esprimere correttamente il valore della misura con la sua incertezza bisogna:

- 1 - calcolare la media campionaria a
- 2 - calcolare l'incertezza tipo U
- 3 - troncare a due cifre significative il valore dell'incertezza tipo (eventualmente approssimando)
- 4 - troncare il valore calcolato della media in corrispondenza dell'ultima cifra significativa dell'incertezza (eventualmente approssimando)
- 5 - esprimere grandezza ed incertezza in funzione della unità di misura [um] in uno dei due seguenti modi:

$$y = a (U) \text{ um}$$

$$y = (a \pm U) \text{ um}$$

ATTENZIONE: estratto dalla guida GUM a pag. 12

Sviste di registrazione o di analisi dei dati possono introdurre un errore rilevante ed ignoto nel risultato di una misurazione. Le sviste grossolane sono di norma rivelate da un'accurata revisione dei dati; sviste minori possono essere mascherate da variazioni casuali, o apparire tali. Le valutazioni dell'incertezza non sono concepite per tenere conto di tali errori.

Benché questa guida fornisca uno schema generale per valutare l'incertezza, essa non può sostituirsi al *pensiero critico*, all'*onestà intellettuale* ed alla *capacità professionale*. La valutazione dell'incertezza non è né un compito di routine né un esercizio puramente matematico, ma dipende dalla conoscenza approfondita della natura del misurando e della misurazione. La qualità e l'utilità dell'incertezza attribuita al risultato di una misurazione dipendono pertanto, in definitiva, dall'approfondimento, dall'*analisi critica* e dall'*integrità morale* di chi contribuisce ad assegnarne il valore.

Scienza



Il neutrino sopravvalutato

Robert Garisto, *New Scientist*, Gran Bretagna

Sembrava che i neutrini fossero più veloci della luce. Invece il rivoluzionario risultato dell'esperimento Opera dipendeva da un cavo difettoso. La rivincita dei fisici prudenti

In teoria l'esperimento non è complicato. La velocità dei neutrini si calcola come si farebbe con qualsiasi oggetto in movimento, cioè distanza diviso tempo, ma i ricercatori hanno dovuto misurare con precisione il percorso e sincronizzare gli orologi del punto di partenza e di quello di arrivo con un'accuratezza di alcune parti per milione. A quanto pare è stato commesso un errore.

Trilussa, La Statistica

«Sai ched'è la statistica? È 'na cosa che serve pe fà un conto in generale de la gente che nasce, che sta male, che more, che va in carcere e che spósa. Ma pè me la statistica curiosa è dove c'entra la percentuale, pè via che, lì, la media è sempre eguale puro co' la persona bisognosa. Me spiego: da li conti che se fanno seconno le statistiche d'adesso risurta che te tocca un pollo all'anno: e, se nun entra nelle spese tue, t'entra ne la statistica lo stesso perch'è c'è un antro che ne magna due. »