

POLITECNICO DI MILANO


Misure Meccaniche e Termiche

Misure di vibrazione di una trave per la determinazione della funzione di trasferimento

Ing. Lorenzo Comolli

Obiettivo del laboratorio 2

Studio del comportamento dinamico del sistema modellato in figura:

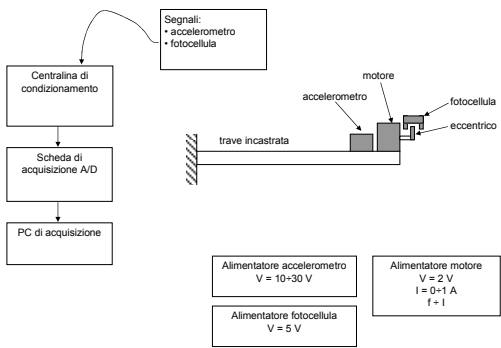


composto da una **trave incastrata** ad un'estremità e da una **massa concentrata** posta al vertice opposto.

In particolar modo si vuole ricostruire qualitativamente e quantitativamente la **funzione di trasferimento armonica (FdT)**.

Misure di vibrazioni e funzione di trasferimento POLITECNICO DI MILANO

Il setup sperimentale 3



Segnali:  
• accelerometro  
• fotocellula

Centralina di condizionamento

Scheda di acquisizione A/D

PC di acquisizione

trave incastrata

accelerometro

motore

fotocellula

eccentrico

Alimentatore accelerometro  
V = 10-30 V

Alimentatore motore  
V = 2 V  
I = 0-1 A  
f = 1

Alimentatore fotocellula  
V = 5 V

Misure di vibrazioni e funzione di trasferimento POLITECNICO DI MILANO

Forzamento 4

Due diversi tipi di forzamento verranno utilizzati per eccitare la struttura:

- forzamento mono-armonico introdotto dall'inerzia del moto di un rotore eccentrico
- forzamento ad ampio spettro introdotto per via impulsiva

Misure di vibrazioni e funzione di trasferimento POLITECNICO DI MILANO

Forzamento mono armonico 5

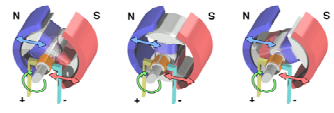
In testa alla trave è posto un motore DC (cioè alimentato a corrente continua) a magneti permanenti.



Il motore è composto da una parte fissa (statore) e una rotante (rotore o armatura).

Misure di vibrazioni e funzione di trasferimento POLITECNICO DI MILANO

Forzamento mono armonico 6



Nello statore una coppia di calamite genera un campo magnetico. All'interno del rotore la corrente circola in una spirale inducendo un campo magnetico.

Tra statore e rotore si genera così una coppia che mette in rotazione l'albero.

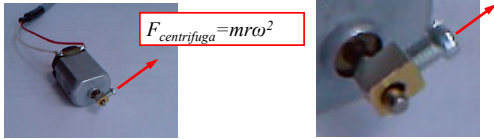
Un commutatore inverte 2 volte al giro il verso della corrente per far sì che i due campi generino sull'albero una coppia sempre nello stesso verso.

Misure di vibrazioni e funzione di trasferimento POLITECNICO DI MILANO

## Forzamento mono armonico

7

Sull'albero del motore è fissato un eccentrico:



$$F_{centrifuga} = mr\omega^2$$

Nel momento in cui il motore ruota a velocità costante, questo scarica sulla trave solidale con lo statore un forzamento mono armonico lungo la verticale e l'orizzontale, ossia le due proiezioni della forza centrifuga dell'eccentrico.

$$F_y = mr\omega^2 \cdot \sin(\omega t)$$

$$F_x = mr\omega^2 \cdot \cos(\omega t)$$

## Forzamento mono armonico

8

Supponiamo la trave sufficientemente **rigida lungo l'orizzontale**. Un'elevata rigidità implica, a parità di forza, bassi spostamenti e, a parità di inerzia, elevate frequenze di risonanza.

Per quanto detto appare ragionevole considerare trascurabile la dinamica lungo l'orizzontale e concentrarsi sul moto verticale: il sistema è come se fosse eccitato da un forzamento mono armonico (vedi dispensa per dimostrazione).

$$F_y = mr\omega^2 \cdot \sin(\omega t)$$

La velocità di rotazione del motore va controllata limitando la corrente che circola nell'armatura oppure con PWM.

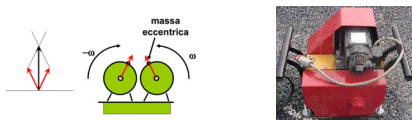
## Forzamento mono armonico

9

### LE VIBRODINE

Lo stesso principio di funzionamento appena descritto è comunemente utilizzato per l'eccitazione di strutture tramite le cosiddette **vibroline**.

Accoppiando il moto di due eccentrici controrotanti in fase si va a elidere la componente orizzontale del forzamento e a raddoppiare quella verticale di interesse.

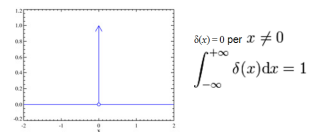


## Forzamento impulsivo

10

### IMPULSO IDEALE

Un impulso ideale è un segnale modellabile matematicamente da una **delta di Dirac**, funzione che vale 0 ovunque, tranne al tempo 0 dove vale infinito. Tale funzione è costruita in modo che l'area sottesa sia unitaria.



Al di là della definizione matematica, ciò che interessa a noi è il fatto che il **modulo dello spettro di un impulso ideale è costante**: eccitare un sistema con un impulso equivale a forzarlo contemporaneamente a tutte le frequenze.

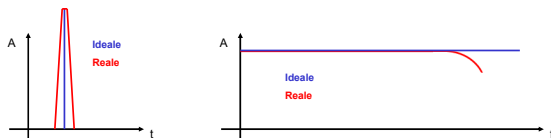
## Forzamento impulsivo

11

### IMPULSO REALE

Nel caso di impulso reale si ha che il tempo in cui la forza è applicata è sì piccolo, ma non infinitesimo.

Questo si traduce in un forzamento il cui spettro presenta un limite superiore oltre il quale l'ampiezza decade.



Al di sotto di tale valore di frequenza si mantiene comunque un spettro costante in modulo.

## Forzamento impulsivo

12

### IL MARTELLO DINAMOMETRICO

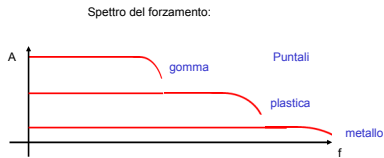
In questa esperienza di laboratorio il principio precedentemente descritto verrà utilizzato per una stima qualitativa (in particolare a meno di una costante) della funzione di risposta in frequenza.

Tale tipo di forzamento è però comunemente utilizzato nella pratica ingegneristica per la stima quantitativa della FdT. In particolare l'impulso è applicato tramite un **martello dinamometrico**, alla cui testa una cella di carico è in grado di misurare la forza scaricata. E' così possibile misurare la grandezza in input nel sistema.

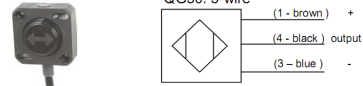


IL MARTELLO DINAMOMETRICO

L'utilizzo di diversi "puntali" sulla punta del martello permette di concentrare l'energia fornita al sistema in una banda più o meno ampia:



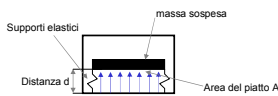
Le vibrazioni verticali della struttura vengono misurate per mezzo di un **accelerometro monoassiale**.



L'asse sensibile dell'accelerometro è quello normale al piano di ancoraggio.

L'accelerometro utilizzato è un **mems capacitivo**.

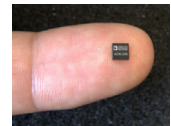
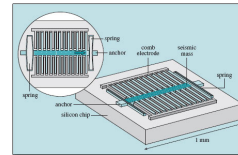
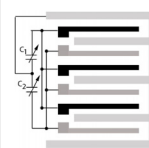
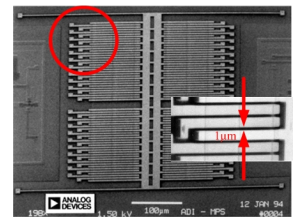
Tali trasduttori sfruttano come principio per la rilevazione dello spostamento della massa sospesa la variazione di capacità C di un condensatore al variare della distanza d tra le sue armature.



$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Sulla base di quanto detto si intuisce come tali sensori siano in grado di misurare accelerazioni costanti (gravità).

Sono realizzati con le tecniche di deposizione di strati di materiale come nei microprocessori. Tante "lamelle" che fanno da massa mobile e contemporaneamente da armature di una capacità.



La sigla **MEMS** sta per micro-electro-mechanical-system, micro sistemi elettromeccanici.

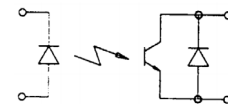
Tali dispositivi sono così denominati in quanto coniugano, su uno stesso substrato di silicio, le proprietà elettriche dei circuiti integrati a semiconduttore con quelle opto-meccaniche necessarie per il funzionamento del sensore.

Tale tecnologia deriva direttamente dal mondo dell'informatica (costruzione di microprocessori) e sta trovando diffusione in un numero sempre crescente di sensori di qualunque tipo.



I vantaggi dei MEMS si possono riassumere nel fatto che sono in grado di eseguire le stesse funzioni di rilevazione, elaborazione e attuazione di oggetti molto più ingombranti e costosi.

Per mezzo di una fotocellula si va a misurare la velocità di rotazione del motore.

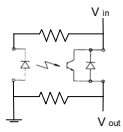


A un capo della forcella è posto un **diode** che funge da sorgente luminosa. All'altro capo un **fototransistor** (sensore fotosensibile) ne rileva la radiazione emessa.

Quando l'eccentrico attraversa l'asse ottico tra emettitore e ricevitore va ad oscurare quest'ultimo e il segnale presenta un picco. E' così possibile stimare la **velocità di rotazione** e la sua **fase**.

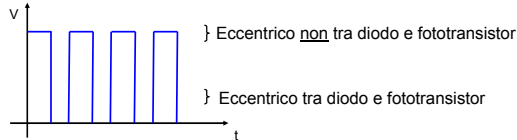
### Misura della velocità di rotazione

19



- Il fototransistor "vede" il diodo → circuito chiuso  
▶  $V_{out}=V_{in}$
- L'eccentrico oscura il fototransistor → circuito chiuso  
▶  $V_{out}=0$

Otterremo un segnale del tipo:

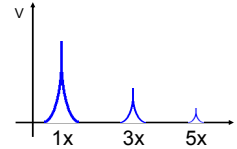


### Misura della velocità di rotazione

20

Il segnale misurato dalla fotocellula è periodico di periodo pari a quello di rotazione del motore.

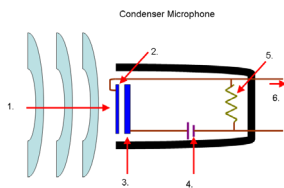
Di conseguenza il suo spettro avrà l'armonica principale alla stessa frequenza della velocità di rotazione del motore.



### Misura di suono (facoltativo)

21

Nel corso dell'esercitazione si utilizzerà un microfono per stimare lo spettro del rumore generato dalla vibrazione della trave. Il microfono utilizzato è di tipo capacitivo (o "a condensatore"):



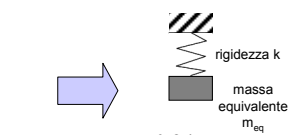
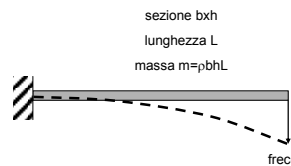
- Onda sonora
- Diaframma
- Contropiatto
- Alimentazione (nel nostro caso fornita direttamente dal pc)
- Resistenza
- Segnale audio

il principio di funzionamento è analogo a quello visto per l'accelerometro. Il moto della lamina in questo caso non è dovuto a forzamenti inerziali ma alla pressione sonora incidente.

### La trave

22

La prima frequenza propria dipende dalla rigidezza:



$$f = \frac{PL^3}{3EJ}$$

$$k = \frac{P}{f} = \frac{3EJ}{L^3}$$

$$m_{eq, trave} = 0.24 m_{trave}$$

$$m_{eq, tot} = m_{eq, trave} + m_{eq, mot+acc}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_{eq, tot}}}$$

Attenzione: alla massa equivalente dell'esperienza di laboratorio va aggiunta la massa del motore e dell'accelerometro.

### La trave

23

La **frequenza propria** si può trovare analizzando le oscillazioni libere del sistema, soggetto a un **gradino** (da cui si ricava T, periodo delle oscillazioni libere).

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Nel caso in esame (smorzamento molto basso,  $\zeta \ll 1$ ) si può in prima approssimazione stimare

$$\tilde{\omega}_n = \frac{2\pi}{T} ; \tilde{f}_n = \frac{1}{T}$$

Misurata la frequenza propria, si può quindi stimare la reale massa equivalente del sistema, invertendo la formula vista in precedenza.

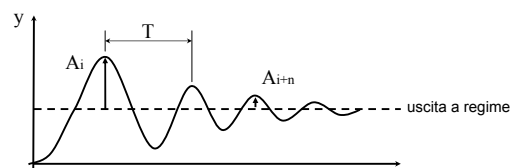
### La trave

24

Lo **smorzamento** si può valutare dall'andamento decrescente delle oscillazioni libere. Se si indica con  $A_i$  le ampiezze dell'oscillazione i-esima (al netto del valore a regime),

$$A_i = y_{max,i} - y_{regime}$$

$$\zeta_i = \frac{1}{2\pi n} \ln\left(\frac{A_i}{A_{i+n}}\right)$$



La **funzione di trasferimento (FdT)** armonica è il più comune strumento utilizzato per caratterizzare un sistema dal punto di vista dinamico.  
Fornisce il rapporto che si ha tra ingresso e uscita di un sistema SISO (single input - single output) al variare della frequenza.



FdT: per ogni frequenza  $i$ -esima  $f_i$  si ha un input armonico del tipo:

$$I_{(f_i)} = |I_{(f_i)}| \cdot e^{j(2\pi f_i t + \phi_i)}$$

e un relativo output:

$$O_{(f_i)} = |O_{(f_i)}| \cdot e^{j(2\pi f_i t + \theta_i)}$$

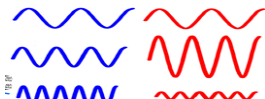
da cui:

$$FdT_{(f_i)} = \frac{O_{(f_i)}}{I_{(f_i)}} = \frac{|O_{(f_i)}| \cdot e^{j(2\pi f_i t + \theta_i)}}{|I_{(f_i)}| \cdot e^{j(2\pi f_i t + \phi_i)}} = \frac{|O_{(f_i)}|}{|I_{(f_i)}|} e^{j(2\pi f_i t + (\theta_i - \phi_i))}$$

=> rapporto dei moduli, differenza delle fasi

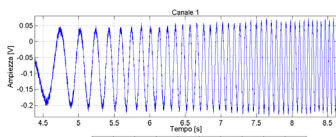
Frequenze costanti

- tante prove
- condizioni di regime



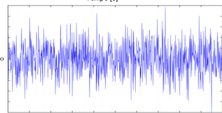
Sweep

- una prova
- non a regime



Rumore bianco

- una prova
- rapporto s/n basso



Impulso, gradino, ...



Vengono acquisite alcune storie temporali di fotocellula e accelerometro. Scegliere  $f_{camp}$ , considerando la  $f_{max}$  del segnale prevista, con ampio margine.

1. **Misurare le caratteristiche della trave** (dimensioni, massa) e calcolare la prima frequenza propria
2. **Frequenza propria della trave.** A motore fermo, dare una "martellata" o un gradino e analizzare la risposta del sistema (freq. propria e smorzamento).
3. **Determinazione FdT**
  1. **Per punti:** circa 10-15 prove a frequenza costante, dalla minima alla massima realizzabile col motore. Porre particolare attenzione alla regione della risonanza.
  2. Con una sola prova, **con sweep** in frequenza "manuale", incremento di velocità del motore, lento ma regolare. Durata circa 1 o 2 min.
4. **Misure di suono con un microfono:** analizzare la frequenza principale di emissione acustica.

- STRUMENTAZIONE

- **ACCELEROMETRO:** alimentazione 24 V  
sensibilità circa 15 mV/(m/s<sup>2</sup>)  
(verificare capovolgendo)
- **FOTOCELLULA:** alimentazione 5 V
- **MOTORE DC:** tensione alimentazione 2 V  
controllo in corrente  
eccentrico:  $m \cdot r = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}$

UTILIZZO DEL MOTORE DC:

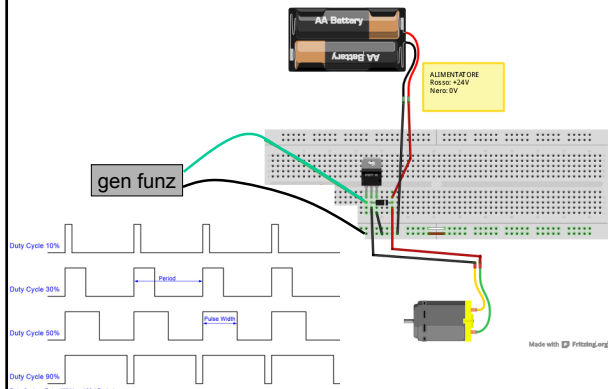
Scegliere un'uscita dello STAB in grado di erogare 2 V.

A motore **scollegato**, impostare l'alimentazione a 2 V e la corrente al minimo.

Collegare il motore e utilizzare il controllo in corrente per variane la velocità di rotazione.

## L'alimentazione del motore in PWM

31



Misure di vibrazioni e funzione di trasferimento

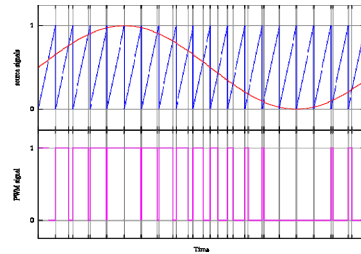
POLITECNICO DI MILANO

## Uscita PWM - Pulse-width modulation

32

E' un sistema per modificare una informazione analogica (es. tensione del segnale) utilizzando la **modulazione di ampiezza di un impulso**.

Esempio: "simulare" un segnale in tensione sinusoidale (con valore qualsiasi tra 0 V e 5 V) utilizzando una uscita digitale (che può assumere solo due valori, 0 V o 5 V).



(tratto da wikipedia)

Misure di vibrazioni e funzione di trasferimento

POLITECNICO DI MILANO

## Dati tecnici strumentazione

33

Nella relazione non deve mancare una breve **descrizione** della strumentazione utilizzata e delle loro caratteristiche principali (fondo scala, banda passante, tipi di segnali in uscita, ...):

- accelerometro QG30-kax-12g-av-k  
<http://www.leane.it/be/servizi/downloadDoc.php?idunico=70c29d0bdf59aa6f2f907402107eb25&save=0>
- fotocellula: Optek OPB620,  
<http://docs-europe.electrocomponents.com/webdocs/0030/0900766b80030f0b.pdf>
- motore Robot Italy 420009  
[http://www.robot-italy.com/product\\_info.php?products\\_id=1013](http://www.robot-italy.com/product_info.php?products_id=1013)

Misure di vibrazioni e funzione di trasferimento

POLITECNICO DI MILANO