

Misure Meccaniche e Termiche LABORATORIO 3 Taratura statica

Obiettivi dell'esercitazione

Obiettivo di questa esercitazione è lo svolgimento di una serie di esperienze di laboratorio per verificare e applicare le conoscenze relative alle caratteristiche statiche degli strumenti. In particolare, si impiegano trasduttori di spostamento induttivi o a correnti parassite, e anelli dinamometrici.

Guida allo svolgimento dell'esercitazione in laboratorio

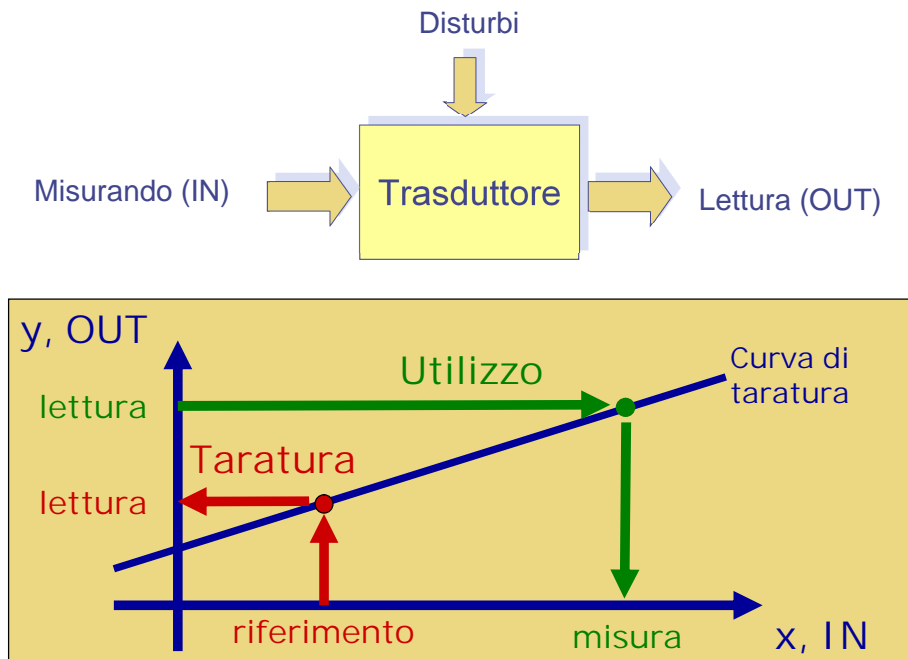
L'esercitazione si compone di due parti. Nella prima, prettamente pratica ed operativa, si raccolgono i dati relativi uno strumento e si procede alla loro taratura. Lo strumento a disposizione è uno tra questi:

- trasduttore di spostamento induttivo
- trasduttore di spostamento a correnti parassite
- anello dinamometrico

Analisi dei dati

Taratura (cenni di teoria)

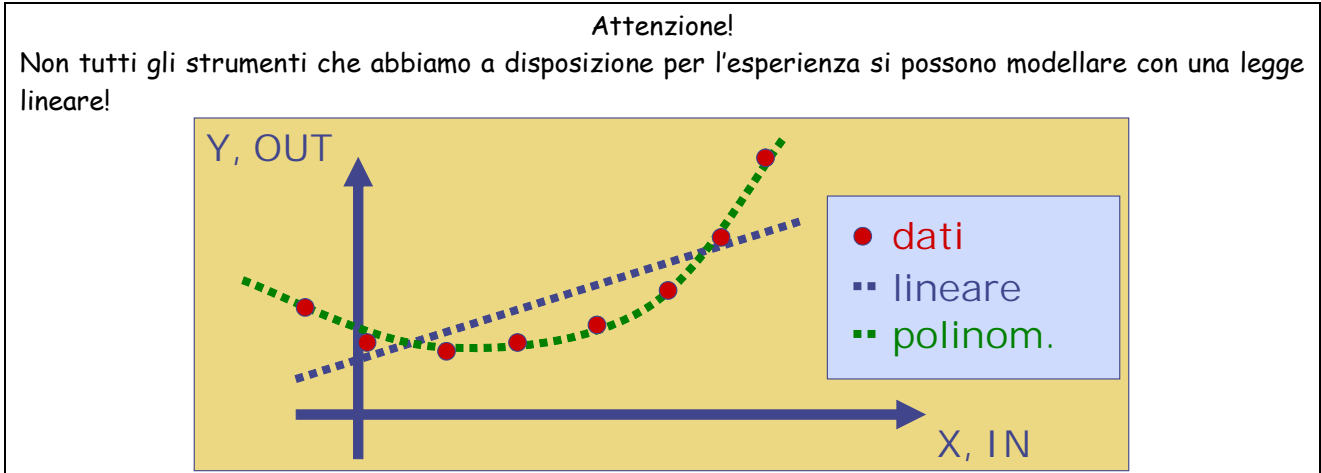
Quando si parla di curva di taratura si intende la legge che esprime il legame tra il valore letto sullo strumento e il valore della grandezza fisica misurata.



Per la determinazione della curva di taratura di uno strumento è necessario, prima, scegliere il modello analitico dello strumento considerato; il modello più semplice e più utilizzato è quello lineare; si ipotizza cioè che lo strumento risponda ad una legge del tipo:

$$y = mx + b$$

dove y è la lettura dello strumento e x è la grandezza misurata.

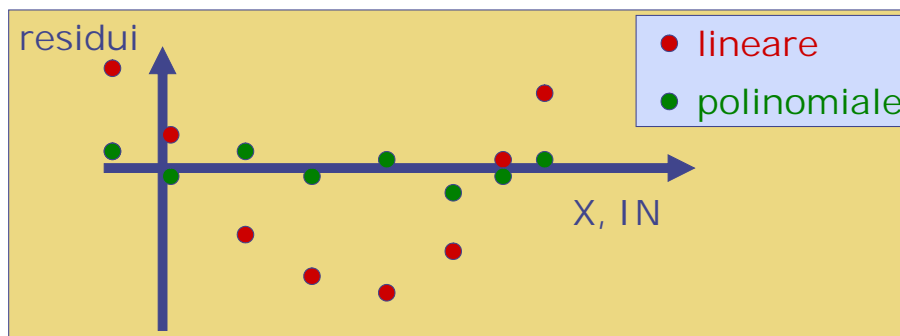


Per tarare uno strumento che risponda a una legge lineare sarebbero necessari in teoria solo due punti. Nella realtà, proprio per verificare la linearità in tutto il campo di misura e per diminuire gli inevitabili errori casuali, si acquisiscono n letture sperimentali e si utilizzano i *minimi quadrati* per l'interpolazione dei punti.

In pratica si minimizza l'errore quadratico definito come

$$\sum_n (y_n - y(x_n))^2$$

dato dalla sommatoria dei quadrati dei *residui*, ossia delle differenze tra il valore della lettura sperimentale y_n e il valore della curva interpolante in corrispondenza dello stesso misurando $y(x_n)$.



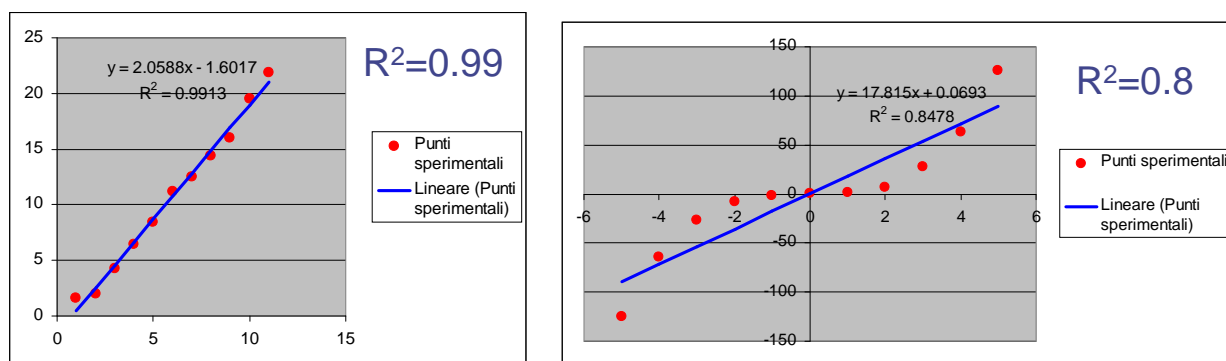
Ottenuti i coefficienti della curva di taratura é utile procedere ad una verifica del modello scelto; nel caso di curva lineare un *indice della bontà della scelta effettuata* è il *coefficiente di correlazione lineare*, definito come:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [y(x_i) - y_m]^2}{\sum_{i=1}^n [y_i - y_m]^2}$$

dove y_m è il valore medio delle letture effettuate.

Se tale coefficiente assume valore pari a 1, tutti i punti giacciono sulla stessa retta, mentre se assume valore 0 i valori sono distribuiti casualmente sul piano.

Nell'eventualità che il valore del coefficiente R^2 sia prossimo a zero, l'interpolazione lineare non è valida per lo strumento considerato. Se è comunque palese un andamento di tendenza dei punti misurati e non la pura casualità, per definire la curva di taratura si può provare ad utilizzare un polinomio di grado superiore.



Esempio di valori di R^2 per diverse interpolazioni

Nel caso si vogliano *confrontare due diverse curve di taratura* per decidere quale sia la migliore, un parametro utile per valutare il grado di approssimazione è l'errore quadratico medio, definito come:

$$Eqm = \frac{\sum_{i=1}^n [(y_i - y(x_i))]^2}{n - \rho}$$

dove ρ è l'ordine (grado + 1) del polinomio usato per interpolare i dati sperimentali.

L'interpolazione migliore è quella che presenta un errore quadratico medio minore tra quelle considerate.

Si richiede agli allievi di calcolare la curva di taratura, il diagramma dei residui, il coefficiente di correlazione nel caso di curva di taratura lineare e l'errore quadratico medio. Nel caso i dati presentino andamento visibilmente non lineare si richiede l'interpolazione mediante curva di ordine superiore.

Programmi a disposizione

MATLAB: funzione di riferimento `polyfit` oppure `polyval`: digita `help+nome funzione`.

EXCEL: funzione di riferimento `regr.lin` (vedere l'help per visualizzare anche r^2 ed Eqm), oppure evidenzia sul grafico l'insieme dei punti misurati, clicca col tasto destro del mouse e scegli "linea di tendenza": provare le diverse possibilità.

Incertezza di taratura

Nelle operazioni di taratura bisogna considerare tutte le fonti di incertezza che influiscono sulle misure effettuate, tranne quelle dovute a fattori ambientali.

In generale si considerano le seguenti fonti di incertezza:

I_c Incertezza del campione di riferimento usato per la taratura:

E' indicata nel certificato di taratura del campione stesso e solitamente viene espressa con distribuzione normale a livello di confidenza del 95% ovvero a 2 scarti tipo, oppure si tratta considerando una distribuzione rettangolare attorno al valore nominale letto sullo strumento.

E_m Errore di misura dello strumento:

Si può scegliere di esprimerlo in due modi:

- come *errore medio standard* rispetto alla curva interpolante e tiene conto sia degli errori dello strumento che di quelli di risoluzione della lettura. Per ottenere *l'errore medio standard* come scarto tipo E_m bisogna calcolare la radice quadrata dell'*errore quadratico medio*.
- Come contributo di due errori:
 - *intrinseco* dello strumento, come valore massimo degli errori rilevati come differenza tra la curva interpolante scelta e le misure effettuate. Questo contributo è perciò considerato con distribuzione di probabilità rettangolare.
 - *di risoluzione* del sistema di lettura, considerando ancora una distribuzione di probabilità rettangolare.

$$\sigma_{Em} = \sqrt{(\sigma_{E_{intr}})^2 + (\sigma_{E_{ris}})^2}$$

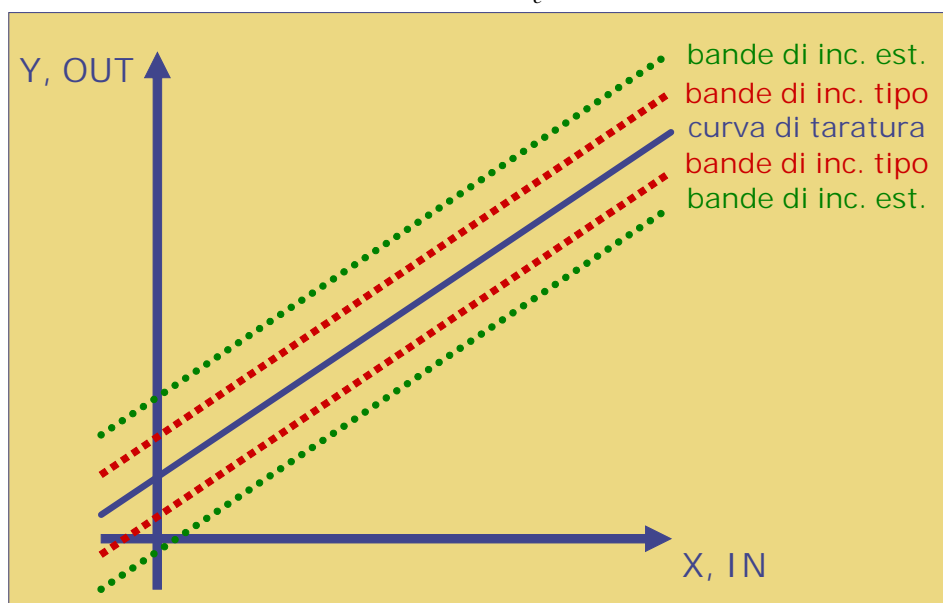
Questo modo di esprimere l'errore può però essere utilizzato solamente quando si è in grado di separare i due contributi. In caso contrario questa trattazione sovrastima l'errore di misura perchè considera due volte il contributo dell'errore di risoluzione.

Pertanto *l'incertezza di misura composta* dello strumento (u_c) è pari alla somma in quadratura degli scarti tipo equivalenti di tutti i fattori che determinano l'incertezza (fare attenzione alla coerenza delle unità di misura delle due incertezze!):

$$u_c = \sqrt{(\sigma_{Ic})^2 + (\sigma_{Em})^2}$$

Da cui *l'incertezza di misura estesa* dello strumento (U) con fattore di copertura di 2, ovvero al livello di confidenza normalizzato del 95%, risulta la seguente:

$$U = 2 \cdot u_c$$



Acquisizione dei dati

Effettuare almeno 3 serie di misurazioni ciascuna composta sia da una salita che una discesa dallo 0 al 100% del fondo scala. Suddividere il campo di misura in circa 10 step ed effettuare le letture.

Svolgimento della relazione:

- **Descrizione** del sistema utilizzato per la propria esperienza di laboratorio. (Facoltativo: aggiungere una breve relazione che approfondisce il principio di funzionamento dello strumento -massimo 2 pagine-, utilizzando materiale da Internet o preso dai testi reperibili in biblioteca)
- **Descrizione** del procedimento di taratura effettuato in laboratorio
- **Disegnare:**
 - o il diagramma di taratura dello strumento
 - o il grafico dei residui (=interpolazione-dati)
 - o diagramma di taratura con le bande di incertezza
- **Calcolare:**
 - o parametri della curva interpolante (evidenziando in particolare la sensibilità statica)
 - o coefficiente di correlazione lineare R^2
 - o errore quadratico medio (o errore medio)
 - o incertezza estesa della taratura
- **Commentare** i diagrammi di taratura dello strumento studiati, notando particolarmente la presenza di errori (linearità, isteresi,...).
- **Indicare in tabella riassuntiva le caratteristiche salienti degli strumenti** (sensibilità, incertezza di taratura, fondo scala, ...).