LABORATORIO
Taratura di un ponte estensimetrico

Obiettivo di questa esercitazione è quello di tarare un ponte estensimetrico attraverso l'applicazione di una resistenza di Shunt e poi effettuare misure di deformazione.

1.1. Principio di funzionamento

Gli estensimetri sono trasduttori da incollare alla superficie di pezzi di cui si vuole conoscere la deformazione superficiale. Il segnale di deformazione viene trasdotto in un segnale di resistenza elettrica. Quindi per "leggere" l'uscita dello strumento si deve misurare una variazione di resistenza, che solitamente è molto piccola.

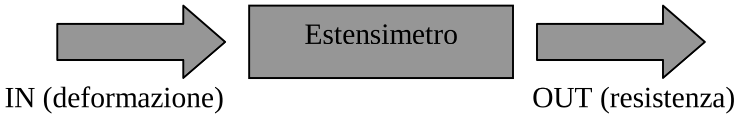

Figura 1 - Schema del trasduttore "estensimetro".

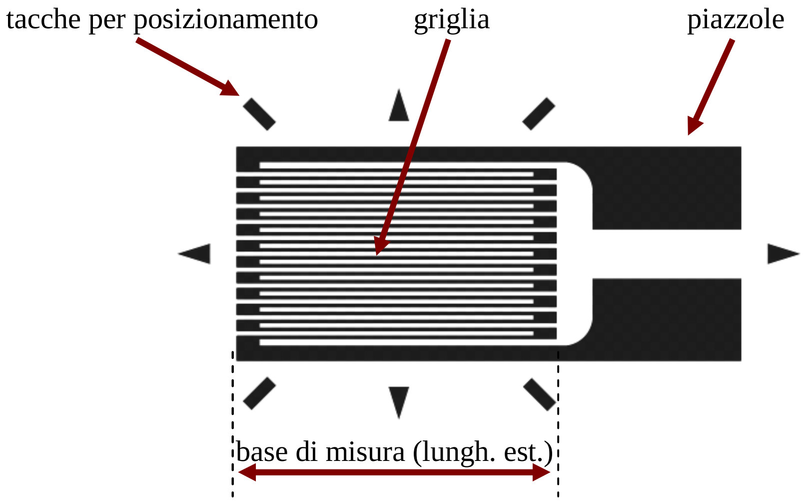

Figura 2 - Forma di un tipico estensimetro elettrico

Quando gli estensimetri vengono incollati sul pezzo di interesse vengono isolati elettricamente *(la verifica di isolamento dal pezzo su cui sono incollati sarà la prima da eseguire col tester)*, e divengono solidali con esso e le loro deformazioni sono le stesse che il pezzo subisce. La resistenza di un generico conduttore elettrico, e in particolare del filo di cui è composta la griglia dell'estensimetro, è data da:

$$R = \rho \frac{L}{A} \qquad \text{Eq. 1}$$

in cui

- ρ è la resistività del materiale
- L è la lunghezza
- A l'area

Deformando il pezzo, si provocano variazioni delle grandezze geometriche dell'estensimetro e, quindi, variazioni di resistenza. La sensibilità dell'estensimetro è espressa, come solito, dal rapporto tra variazione di grandezza in uscita diviso variazione di grandezza in ingresso, quindi come rapporto fra la variazione relativa di resistenza vista dal trasduttore e la variazione relativa di lunghezza dovuta alla deformazione applicata:

$$k = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\varepsilon} \qquad \text{Eq. 2}$$

Partendo dall' Eq.1, si ricava che

$$k = 1 + 2\nu + \frac{\Delta\rho / \rho}{\varepsilon} \qquad \text{Eq. 3}$$

da cui si nota come il valore di k dipenda da una parte geometrica ($1+2\nu=1.6$) e da una parte resistiva. Nel caso di estensimetri con griglia metallica, il k vale complessivamente circa 2. Negli estensimetri a semiconduttore la parte resistiva è predominante e il k può assumere valori molto grandi, dell'ordine di 100 o più (che però dipende molto anche dalla temperatura).
Il valore di k viene fornito dal produttore dell'estensimetro, il quale lo determina tramite prove su un certo numero di estensimetri dello stesso lotto di produzione di quello venduto. Si noti che non è possibile determinare il k di uno specifico estensimetro prima della sua vendita in quanto andrebbe incollato su un pezzo, e quindi sarebbe impossibile rimuoverlo.

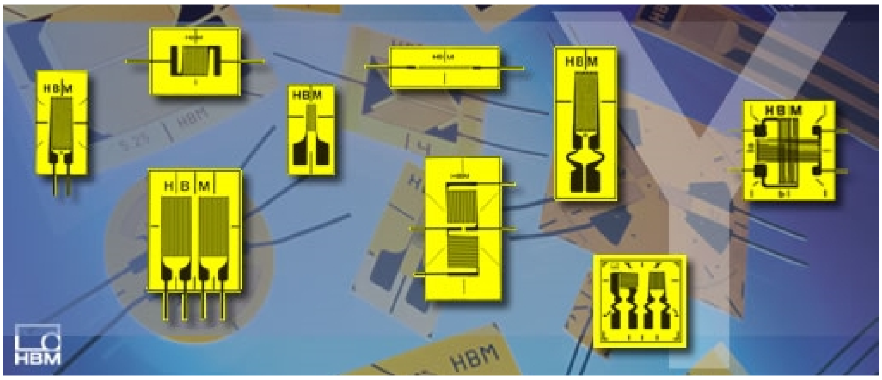

Figura 3 - Esempi di estensimetri elettrici disponibili in commercio.

La misura della variazione di resistenza degli estensimetri richiede particolare attenzione: le variazioni da misurare sono estremamente piccole e non potrebbero essere apprezzate con un semplice multimetro, che in sostanza misura la resistenza tramite un circuito volt-amperometrico; ovvero fa passare una corrente nota nel circuito e misura la tensione ai capi della resistenza, determinandone il valore con la legge di Ohm, R=V/I.
Si realizza quindi un circuito di misura chiamato a "ponte di Wheatstone", dove la resistenza dell'estensimetro R_1 viene posta su un lato di un "rombo", e negli altri lati si trovano resistenze "di completamento" (R_2, R_3, R_4). L'alimentazione E_0 viene fornita a due vertici opposti, mentre la lettura di tensione ΔV viene fatta negli altri due vertici opposti.
Il principale vantaggio del ponte è che la tensione ΔV ha valore variabile attorno allo zero (scegliendo opportunamente i valori delle resistenze di completamento). Quindi ΔV può anche essere **amplificato** a piacere, tramite opportuni dispositivi elettronici.

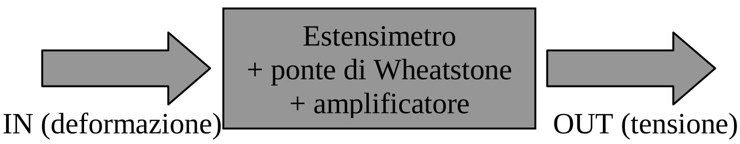

Figura 4 - Schema del sistema di misura composto da estensimetro, ponte di Wheatstone e amplificatore.

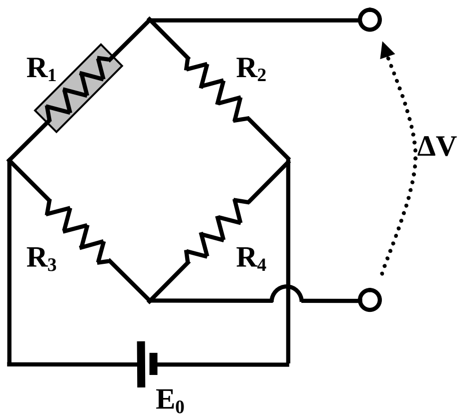

Figura 5 - Schema elettrico di un ponte di Wheatstone.

1.2. Verifica elettrica dei collegamenti

Nel caso del laboratorio in esame, vengono impiegati due estensimetri, montati in configurazione a mezzo ponte e lo schema del collegamento elettrico è rappresentato in Figura 6:

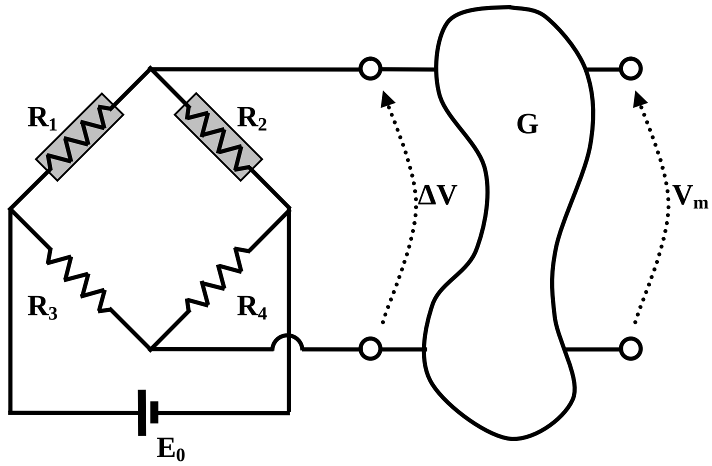

Figura 6 - Schema elettrico dei collegamenti, con amplificatore di guadagno G. Configurazione a mezzo ponte

Simboli della figura:

- E_0: tensione di alimentazione
- R_1, R_2: resistenze degli estensimetri
- R_3, R_4: resistenze di completamento del ponte
- ΔV: sbilanciamento del ponte, non amplificato
- G: guadagno dell'amplificatore
- V_m: sbilanciamento del ponte, amplificato

Prima di procedere con le misure, è necessario verificare il corretto funzionamento del sistema misurando con il multimetro il valore delle resistenze degli estensimetri, per completare lo schema elettrico in maniera corretta.

La resistenza nominale degli estensimetri impiegati è pari a 120 Ω. Si ricorda che la misura della loro resistenza va eseguita a circuito aperto, onde evitare di misurare in parallelo anche l'impedenza del sistema di alimentazione/condizionamento dei segnali estensimetrici. Prima di mettersi a misurare, si invita a pensare ai valori di resistenza che ci si deve attendere a ciascuna coppia di morsetti.

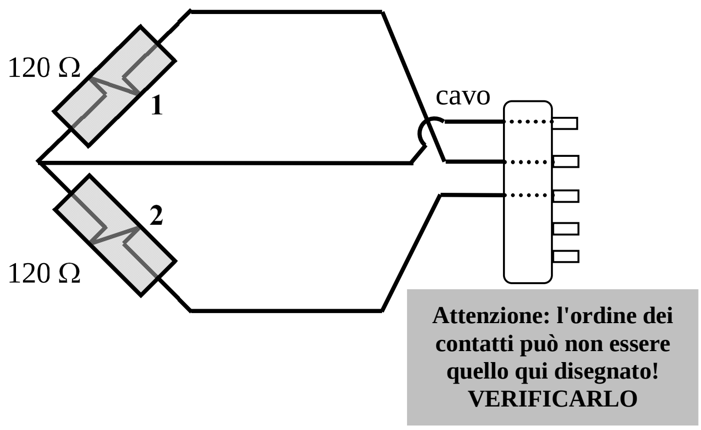

Figura 7: schema del collegamento elettrico degli estensimetri montati sulle travi.

1.3. Taratura del ponte

Verificata l'integrità del sistema e definiti i collegamenti, si può procedere alla taratura.

L'equazione più generale del ponte di Weathstone completo e bilanciato, con i 4 estensimetri attivi, è data dalla seguente relazione:

$$V_m = G\ \Delta V = G\ \frac{E_0}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_4}{R_4} - \frac{\Delta R_3}{R_3}\right) \qquad \text{Eq. 4}$$

in cui

- V_m: tensione di sbilanciamento del ponte, amplificato, espressa in volt. E' la grandezza che si misura col multimetro.
- ΔV è la tensione di sbilanciamento del ponte, non amplificato, espressa in volt.
- E_0 è la tensione di alimentazione del ponte, in volt.
- G: guadagno dell'amplificatore, adimensionale.
- R_i sono i valori delle resistenze nominali (espresse in ohm) sui quattro lati del ponte, le cui variazioni sono rappresentate dal simbolo ΔR_i.

Talvolta è possibile misurare la tensione di alimentazione E_0 con il multimetro, posizionando opportunamente il multimetro sui morsetti di alimentazione.

N.B. : effetti su lati opposti del ponte si sommano;
effetti su lati contigui si sottraggono!

Volendo ricondurci al caso in esame, con due soli lati attivi (mezzo ponte), si ha:

$$\boxed{V_m = G\frac{E_0}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2}\right)} \qquad \text{Eq. 5}$$

Questa espressione costituisce l'equazione da cui partire per impostare i calcoli.

I passi per realizzare la taratura sono i seguenti:

- **azzeramento** del ponte, ossia regolazione della resistenza di bilanciamento (qui non disegnata) al fine di portare a zero l'uscita in tensione del ponte (ponte bilanciato);
- **inserimento** della resistenza di **Shunt** R_s in parallelo a un estensimetro e misura dello sbilanciamento sull'uscita in tensione;
- **rimozione** della resistenza di **Shunt** al fine di realizzare le successive misure di deformazione;
- **misura** della resistenza di **Shunt** tramite un multimetro (qualora questo valore non sia già noto);
- calcolo dei parametri incogniti nel sistema (nel problema in oggetto è **l'amplificazione** G, oppure, se anche la tensione di alimentazione non è nota, si determina il prodotto ($G\ E_0$)).

Si sipponga di aver posto la resistenza di Shult sul lato contrassegnato con l'indice 1; la variazione di resistenza sul ramo di R_2 sarà nulla. Dunque:

$$V_m = G\frac{E_0}{4}\frac{\Delta R_1}{R_1} \qquad \text{Eq. 6}$$

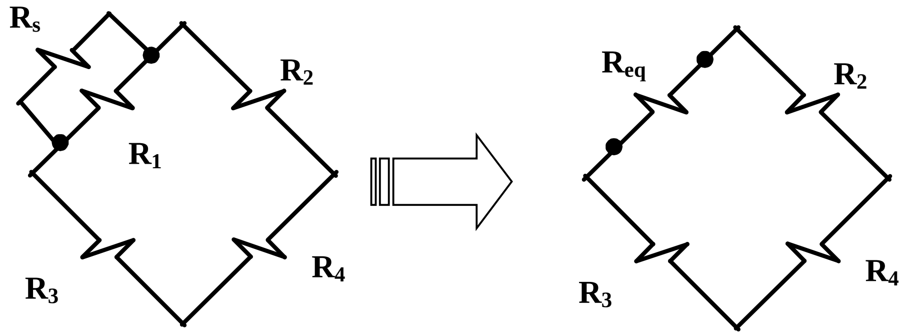

Figura 8 – schema delle resistenze e riduzione del circuito

In relazione allo schema di Figura 8, la variazione ΔR_1 non è altro che la variazione di resistenza vista dal lato 1 per effetto dell'applicazione della resistenza in parallelo, ovvero:

$$\Delta R_1 = R_{eq} - R_1 \qquad \text{Eq. 7}$$

in cui la resistenza equivalente R_{eq} si calcola con il parallelo fra la resistenza applicata R_s e quella nominale:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_s}{R_1 + R_s} \qquad \text{Eq. 8}$$

e quindi la variazione di resistenza risulta:

$$\Delta R_1 = \frac{R_1 R_s - R_1(R_1 + R_s)}{R_1 + R_s} = \frac{R_1^{\ 2}}{R_1 + R_s} \Rightarrow \frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_s} \qquad \text{Eq. 9}$$

A questo punto sono note tutte le grandezze dell'Eq. 6, tranne G (o il prodotto G E_0) che quindi può essere ricavato.

$$\begin{cases} G = \dfrac{4V_m}{E_0 \dfrac{\Delta R_1}{R_1}} \\ GE_0 = \dfrac{4V_m}{\dfrac{\Delta R_1}{R_1}} \end{cases} \qquad \text{Eq. 10}$$

Sostanzialmente la procedura di taratura consiste nell'assumere lo strumento lineare: bastano quindi due punti per determinare la sensibilità del sistema: il primo punto è quello con deformazione nulla e uscita nulla (0,0) e il secondo è quello con una deformazione apparente ε_{app} e uscita V_m misurata ($\varepsilon_{app}=(\Delta R_1/R_1)/k$, V_m).

La sensibilità del sistema di misura con un solo lato attivo si può; ricavare come:

$$S_1 = \frac{V_m}{\varepsilon_{app}} = \frac{V_m}{\dfrac{\Delta R_1}{R_1}\dfrac{1}{k}} = \frac{kGE_0}{4} \qquad \text{Eq. 11}$$

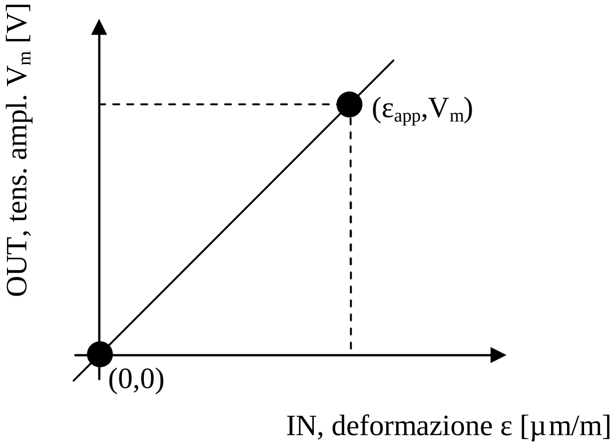

Figura 9 – Grafico della taratura del ponte con la resistenza di Shunt.

Dal momento che la tensione sulla diagonale di misura è molto piccola, nelle misure estensimetriche si utilizza sempre un amplificatore di guadagno G (variabile a piacere, solitamente compreso tra 100x e 10000x). L'uso dell'amplificatore è possibile grazie alla proprietà del circuito a ponte di fornire un'uscita inizialmente pari a zero, ossia con valor medio nullo. Non avrebbe infatti senso amplificare un segnale avente un valor medio molto grande rispetto alla sua variazione (si pensi alla resistenza dell'estensimetro e alla sua piccola variazione).

1.4. Misure di deformazione

Si procede ora alla misura delle deformazione prodotta da una forza F sulla trave, prodotta con una massa campione (di massa m nota).
Nel caso in esame, gli estensimetri 1 e 2 sono incollati sulla barra, uno sopra ed uno sotto. Questa configurazione è adatta alla misura del momento flettente. Dalla Scienza delle Costruzioni è noto che la distribuzione delle deformazioni nella trave è a forma di farfalla, con massimo sulle fibre superiori (tese) e minimo su quelle inferiori (compresse). Sulla superficie si ha che $\varepsilon_2 = -\varepsilon_1$, ovvero si hanno uguali deformazioni, ma di segno opposto.

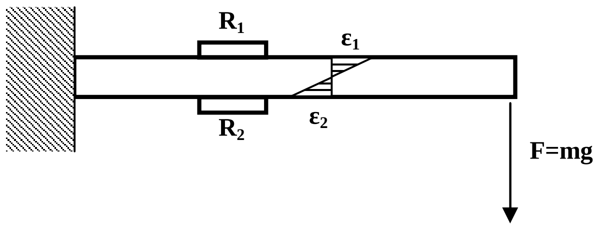

Figura 10

Per sostituzione della Eq.2 nella Eq.5, si ricava

$$V_m = G\,\Delta V = G\frac{E_0}{4}\left(k\varepsilon_1 - k\varepsilon_2\right) = G\frac{E_0}{4}k\left[\varepsilon_1 - \left(-\varepsilon_1\right)\right] = \frac{GE_0 k\varepsilon_1}{2} \qquad \text{Eq. 12}$$

e quindi la sensibilità del ponte con due estensimetri risulta (che è doppia rispetto a 1 solo est.):

$$S_2 = \frac{V_m}{\varepsilon} = \frac{GE_0 k}{2} = 2S_1 \qquad \text{Eq. 13}$$

ove

- V_m è lo sbilanciamento in tensione, letto in uscita dalla centralina estensimetrica. Questo termine è noto perché misurato con la procedura già descritta.
- Si assume un valore pari a 2 per la costante di taratura k dell’estensimetro.
- ε è il valore di deformazione nel punto in cui sono applicati gli estensimetri.

La deformazione misurata sarà quindi:

$$\varepsilon_1 = \frac{2V_m}{GE_0 k} \qquad \text{Eq. 14}$$

Confrontando l'Eq.9 con l'Eq.6 si può vedere che, misurando con due lati attivi, la sensibilità del ponte è raddoppiata.

1.5. Verifica della misura

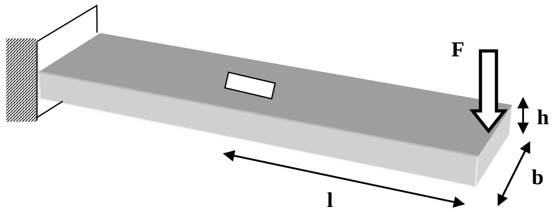

Figura 11 – Simboli adottati nella definizione delle caratteristiche della trave.

Si può verificare il risultato della misura, calcolando la deformazione prevista seconda la Scienza delle Costruzioni. Sono note tutte le grandezze per calcolare il valore di deformazione superficiale teorico che questa subisce in seguito all'applicazione della forza peso F=mg: la deformazione cui sono sottoposti i due estensimetri (uguale e contraria sui due lati) è data dalla relazione:

$$\varepsilon_{teo} = \frac{M_f}{EW} \qquad \text{Eq. 15}$$

- M_f è il momento flettente applicato, pari a $M_f = Fl = mgl$ (F è la forza peso applicata, *l* è il braccio)
- *E* è il modulo elastico (o di Young) del materiale
- W è il modulo di resistenza a flessione, $W = \frac{1}{6}bh^2$ per una trave rettangolare

Questo valore va <u>confrontato</u> con la misura ottenuta.

SI RICORDA CHE L'INCERTEZZA ASSOCIATA AL <u>CALCOLO</u> E' SEMPRE MAGGIORE DI QUELLA DI UNA <u>MISURA</u> FATTA CON ESTENSIMETRI, ANCHE SCADENTI. NON E' DUNQUE PENSABILE DI UTILIZZARE IL CALCOLO COME RIFERIMENTO PER L'OPERAZIONE DI TARATURA, MA SOLO COME VERIFICA DI NON AVER COMMESSO ERRORI GROSSOLANI.
(…sarebbe come tarare un micrometro avendo a disposizione un metro da falegname!)

Si noti che qualora interessi utilizzare la trave estensimetrata come bilancia, la sensibilità del sistema risulterebbe:

$$S_m = \frac{V_m}{m} = \frac{\frac{GE_0 k}{2}}{\frac{EW}{gl}} \qquad \text{Eq. 16}$$

In questo caso si potrebbe effettuare la taratura direttamente usando delle masse campione e misurando l'uscita in tensione.

1.6. Riferimenti bibliografici

In materia di estensimetri (principio di funzionamento, caratteristiche, applicazioni …) si può fare riferimento al sito di misure del Politecnico di Milano:

http://misure.mecc.polimi.it/

dove sono presenti dei link a siti specialistici in materia (guida completa della MicroMeasurement o note tecniche a cura della Luchsinger).

Per una trattazione teorica dell'argomento, si può consultare il libro:

A. Cigada, L. Comolli, S. Manzoni, *Estensimetria elettrica* - Città Studi Edizioni - 2006